

ГЛАВА 4

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ПОРОДНЫХ МАССИВОВ В ОКРЕСТНОСТИ ОДИНОЧНЫХ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ВЫРАБОТОК

4.1. Начальное напряженное состояние связанных породных массивов

4.2. Начальное напряженное состояние сыпучих породных массивов

4.3. Распределение напряжений вокруг горизонтальной выработки (упругая задача)

4.4. Распределение напряжений вокруг горизонтальной выработки (упругопластическая задача)

До начала ведения горных работ породный массив находится в напряженном состоянии, которое в механике горных пород принято называть **начальным**. В этом состоит отличие задач, решаемых в геомеханике, от задач, рассматриваемых в механике деформированных сред, где обычно полагается, что изначально исследуемый объект ненапряжен. Задача оценки начального напряженного состояния достаточно сложна. Определенные теоретическим путем компоненты напряжений невозможно проверить экспериментально, не нарушая целостности породного массива. Обширные исследования в этом направлении обобщены в монографии Г.А. Крупенникова и др. [90].

4.1. Начальное напряженное состояние связных породных массивов

Основным, или первичным, фактором, благодаря которому создается начальное поле напряжений, являются силы гравитации. Кроме этого параметры начального поля напряжений зависят от ряда вторичных факторов, таких как температурное поле, неотектонические процессы, рельеф земной поверхности, космические силы и т.п. При этом может случиться так, что влияние вторичных факторов превысит влияние первичных. Для равнинных месторождений, расположенных вне влияния горных массивов и на достаточном удалении от краев литосферных плит, влияние вторичных факторов достаточно мало и можно полагать, что начальное поле напряжений создается благодаря наличию сил гравитации.

Существует много предположений, служащих основанием для определения компонентов начального поля напряжения. Наибольшее распространение получила гипотеза А.Н. Динника [91]. Суть ее заключается в следующем.

Рассмотрим достаточно малый объем горного массива в форме куба со стороной, равной единице, находящейся на глубине H от поверхности земли рис. 4.1. Объемный вес пород, залегающих выше, равен γ .

Напряженное состояние считается установленным, если известны его компоненты в каждой точке исследуемой области.

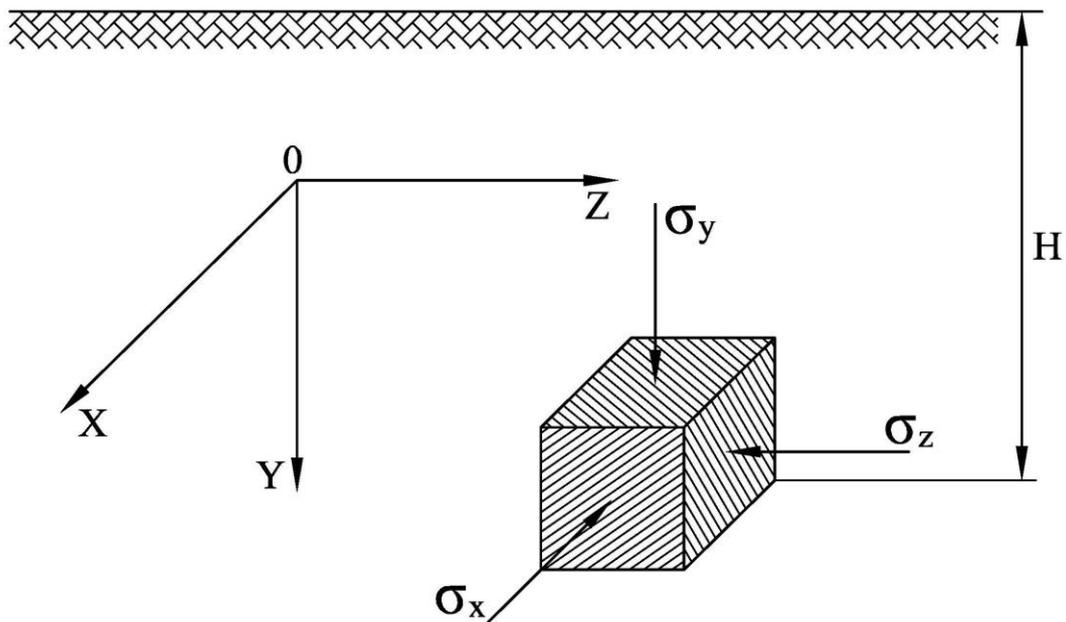


Рис. 4.1. Расчетная схема к определению начального напряженного состояния породного массива

Для объемного напряженного состояния, в котором находится любая точка породного массива, справедливы соотношения обобщенного закона Гука, в соответствии с которым горизонтальная деформация определится выражением

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \left[\sigma_x - \mu (\sigma_y + \sigma_z) \right], \quad (4.1)$$

где E, μ - соответственно модуль Юнга и коэффициент Пуассона горных пород.

В соответствии с гипотезой А.Н. Динника полагают, что в условиях стесненного сжатия горизонтальные деформации $\varepsilon_x, \varepsilon_z$ равны нулю. Исходя из этого, получим

$$\sigma_x - \mu (\sigma_y + \sigma_z) = 0. \quad (4.2)$$

Поскольку оси координат выбраны произвольно, то для однородного изотропного массива можно, очевидно, положить что $\varepsilon_x = \varepsilon_z$ и $\sigma_x = \sigma_z$, кроме того $\sigma_y = \gamma H$. Тогда, на основе выражения (4.2) получим следующую зависимость

$$\sigma_x = \sigma_z = \frac{\mu}{1 - \mu} \gamma H. \quad (4.3)$$

Таким образом, напряженное состояние нетронутого массива определено. Из (4.3) следует, что в упругом массиве горизонтальные и вер-

тикальные напряжения связаны соотношением: $\sigma_x = \sigma_z = \lambda \gamma H$, где $\lambda = \frac{\mu}{1 - \mu}$.

Величина λ называется **коэффициентом бокового распора** или коэффициентом Динника.

Величина коэффициента Пуассона для твердых горных пород колеблется в пределах 0,15-0,30. В соответствии с этим коэффициент бокового распора равен 0,2-0,45.

Напряжения в толще земной коры сформировались миллионы лет назад. Многие исследователи вполне обоснованно полагают, что за геологическое время напряжения в породном массиве выровнялись (релаксировали), т.е. $\sigma_z = \sigma_x = \sigma_y$. Такое напряженное состояние называется **гидростатическим**. Гипотеза о гидростатическом распределении напряжений впервые была высказана А. Геймом. Инструментальные измерения, выполненные ВНИМИ применительно к условиям пологозалегающих месторождений осадочного происхождения, подтвердили эту гипотезу.

Таким образом, можно полагать, что на равнинных месторождениях при отсутствии влияния неотектонических процессов напряженное состояние близко к гидростатическому. В других же случаях оно является неравнокомпонентным, причем соотношение между горизонтальной и вертикальной составляющими могут быть больше единицы.

Выше были рассмотрены простые, частные случаи распределения начальных компонент напряжений в нетронутом породном массиве, вызванных только действием собственного веса пород.

Полная же задача о естественном напряженном состоянии породного массива чрезвычайно сложна, а решения ее - многозначны. Сложность задачи определяется многочисленностью факторов, влияющих на напряженно-деформированное состояние земной коры, степень и характер влияния которых изучены недостаточно, а многозначность решений следует уже из того, что в силу внутренних и внешних воздействий земная кора подвержена постоянным деформациям и в ней всегда имеются остаточные или начальные напряжения.

Эту многозначность С.Г. Михлин [92] выразил уравнением

$$\sigma_x = a\sigma_z + b, \quad (4.4.)$$

где σ_x и σ_z - соответственно тангенциальная (горизонтальная) и радиальная компоненты напряжений; a, b - произвольные постоянные (не имеющая размерности - a и имеющая размерность напряжений - b).

При этом согласно предположению о гидростатическом распределении напряжений $a=1, b=0, \sigma_z = \gamma z$, а согласно предположению о негидростатическом $a = \frac{\mu}{1-\mu}, b=0, \sigma_z = \gamma z$.

С.А. Христианович на основе исследований механизма гидро-разрыва пластов в 1960 г. впервые указал на несоответствие распространенных тогда в геомеханике представлений о напряженном состоянии не тронутого горными работами массива фактическому полю напряжений [93].

В последующем в СССР проведена огромная работа по совершенствованию методов и средств изучения напряженного состояния земной коры: в горных выработках - методами разгрузки, в геологических структурах - методами восстановления полей напряжений по элементам залегания трещин и разломов, в очагах землетрясений - по данным сейсмических наблюдений, в сейсмоактивных регионах страны - по данным новейших и современных движений земной коры. Во многих районах страны (Кольский полуостров, Кривой Рог, Донбасс, Урал, Норильск, Кузбасс, Алтай, Средняя Азия и др.) проведено качественное и количественное сравнение полей напряжений, полученных разными методами. Результаты этих исследований нашли отражение в ряде работ [94-103].

Одновременно обширные исследования естественных полей напряжений были выполнены зарубежными учеными в Австрии, Норвегии, Швеции, Финляндии, Канаде, США, ЮАР и в других странах [102]. Накопленные за последние 10 лет статистические материалы о естественном поле напряжений подтверждают основные статистические особенности в распределении напряжений в верхней части земной коры [102]:

- гипотезе о гидростатическом напряженном состоянии нетронутого массива пород соответствуют менее 25 % всех измерений;
- гипотезе А.Н. Динника соответствуют около 25 % всех измерений (включая и случаи с $\mu = 0,5$);

- около 75% всех измерений дают неравные горизонтальные напряжения и отношение $\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$ достигает порядка 5-6 и более;
- свыше 75% всех измерений свидетельствуют о том, что горизонтальные напряжения больше вертикальных в 1,5-6 раз;
- минимальное сжимающее напряжение в 60 % случаев меньше γH , что совпадает с обобщенными статистическими данными о критических давлениях при гидроразрыве пластов;
- максимальное сжимающее напряжение в 89 % случаев ориентировано почти горизонтально и вкрест простирания основных геологических структур ($\pm 30^\circ$);
- вертикально ориентировано или σ_2 (~50 % случаев), или σ_3 (~30 %);
- ориентировки главных напряжений, найденные по данным методов разгрузки и восстановления по трещиноватости, в среднем совпадают (в пределах точности и степени локальной неоднородности полей напряжений), что свидетельствует об унаследованности полей тектонических напряжений.

Наличие системной трещиноватости уже само по себе не соответствует ни одной из гипотез о напряженном состоянии массива пород, построенных только на учете веса пород, а наличие планетарных систем трещин и длительная унаследованность ориентировки тектонических полей напряжений свидетельствуют о глобальных факторах, оказывающих влияние на формирование поля напряжений в земной коре. В то же время наблюдающаяся неоднородность поля напряжений по ориентировке и интенсивности указывает на преобладание региональных факторов.

4.2. Начальное напряженное состояние сыпучих породных массивов

Оценка напряженного состояния массива сыпучих пород впервые была дана Кулоном. Сущность метода сводится к следующему. Рассечем мысленно массив плоскостью ab до глубины H , отбросим левую часть массива и заменим действие отброшенной части силой D (рис. 4.2). Рассмотрим равновесие призмы abc на длине, равной 1.

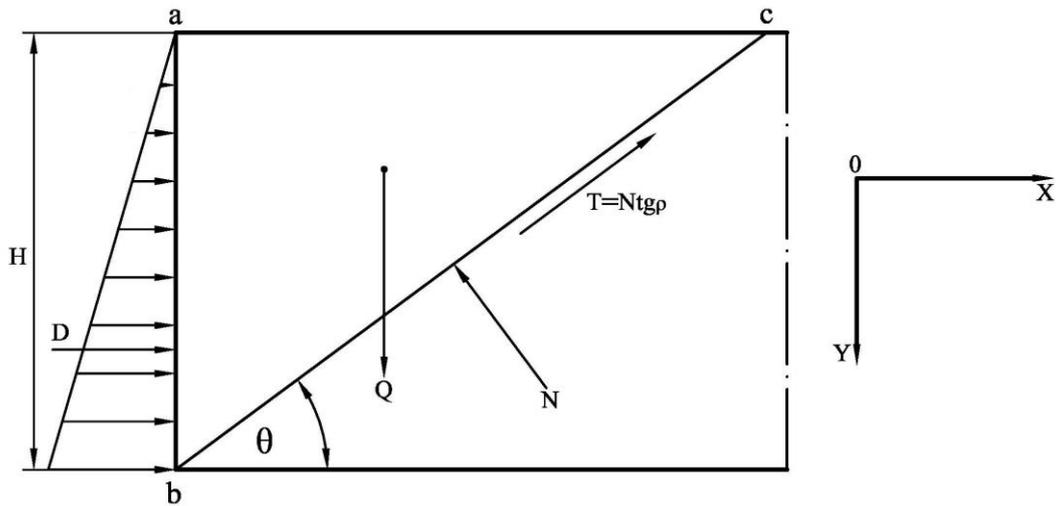


Рис. 4.2. Расчетная схема к определению начального поля напряжений в сыпучей среде

Призма под действием сил собственного веса Q стремится сползти вниз по линии bc под углом θ к горизонту. Реактивными силами, препятствующими скольжению, являются сила D , сила трения по плоскости скольжения T и нормальная реакция N . Проецируя все силы на ось Y и ось X , приравнявая их нулю, получим, что

$$D = Q \operatorname{tg}(\theta - \rho), \quad (4.5)$$

где ρ - угол внутреннего трения сыпучей среды.

Учитывая, что

$$Q = \frac{1}{2} \gamma H^2 \operatorname{tg}(90^0 - \theta), \quad (4.6)$$

получим

$$D = \frac{1}{2} \gamma H^2 \operatorname{tg}(90^0 - \theta) \operatorname{tg}(\theta - \rho), \quad (4.7)$$

Исследуем величину D на максимум:

$$\frac{dD}{d\theta} = \frac{1}{2} \gamma H^2 \left[\frac{\operatorname{tg}(90^0 - \theta)}{\cos^2(\theta - \rho)} - \frac{\operatorname{tg}(\theta - \rho)}{\cos^2(90^0 - \theta)} \right] = 0,$$

откуда

$$\frac{\operatorname{tg}(90^0 - \theta)}{\cos^2(\theta - \rho)} = \frac{\operatorname{tg}(\theta - \rho)}{\cos^2(90^0 - \theta)}$$

или $90^0 - \theta = \theta - \rho$.

Окончательное имеем

$$\theta = \frac{90^0 + \rho}{2}.$$

Подставляя значение θ в (4.7), получим

$$D = \frac{1}{2} \gamma H^2 \operatorname{tg}^2 \left(\frac{90^\circ - \rho}{2} \right).$$

Для определения горизонтальной составляющей напряжений $\sigma_x = \sigma_z$, возьмем производную по H от полученного выражения

$$\sigma_x = \sigma_z = \frac{dD}{dH} = \gamma H \operatorname{tg}^2 \left(\frac{90^\circ - \rho}{2} \right). \quad (4.8)$$

Величина $\operatorname{tg}^2 \left(\frac{90^\circ - \rho}{2} \right)$ называется коэффициентом бокового распора для сыпучей среды.

4.3. Распределение напряжений вокруг горизонтальной выработки (упругая задача)

Рассмотрим длинную горизонтальную выработку, пройденную в однородном и изотропном породном массиве на глубине H от поверхности. Поперечное сечение выработки имеет круговое очертание с радиусом R_0 . Объемный вес вмещающих пород – γ . К контуру выработки приложена распределенная нагрузка p_0 , равная отпору крепи.

Полагаем, что уровень напряжений в породном массиве зависит только от величин H и γ и не превосходит прочности горных пород, т.е. напряжения и деформации являются упругими. Физической моделью такой породной среды является модель Гука.

Будем полагать, что фактическое влияние выработки на породный массив является локальным. Кроме того, С.Г. Михлиным доказано, что в том случае, если глубина заложения выработки H превышает $10R_0$, собственный вес горных пород можно не учитывать, а его действие следует заменить, приложив распределенную нагрузку интенсивностью γH к границам исследуемой невесомой области.

Поскольку рассматривается длинная выработка, то задача определения компонентов напряжений в произвольном, достаточно удаленном от краев, сечении сводится к типу рассмотренных выше задач с плоской деформацией. Расчетная схема к решению задачи показана на рис. 4.3.

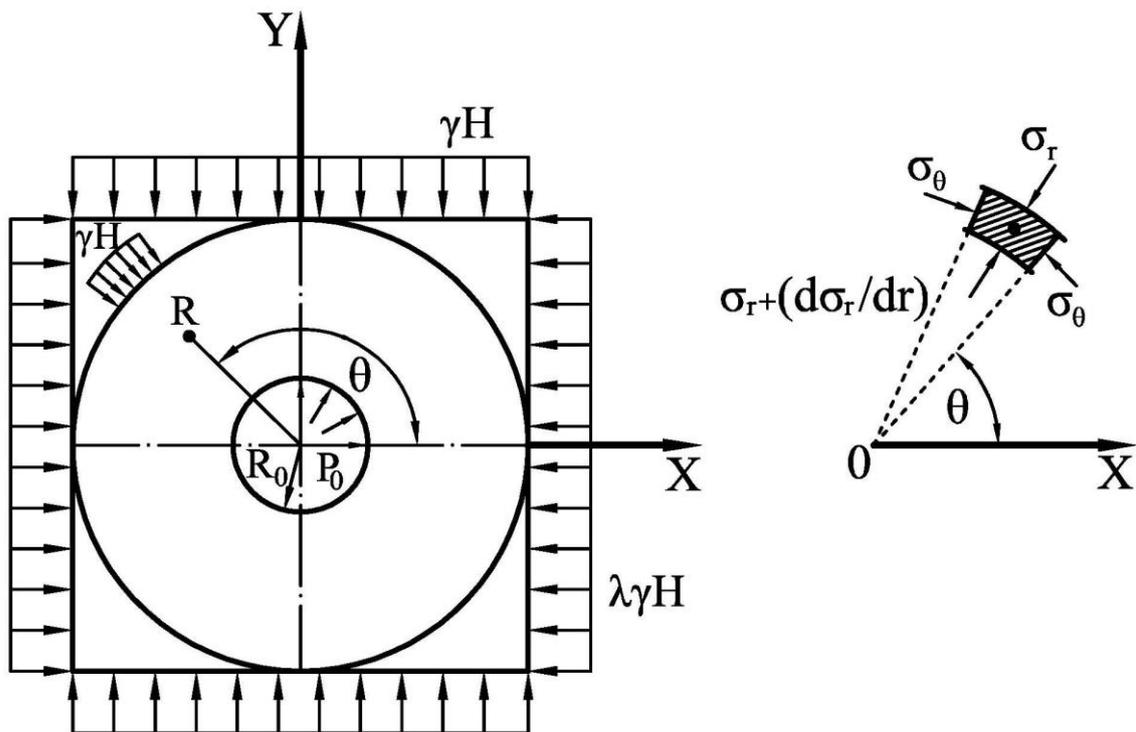


Рис. 4.3. Расчетная схема к определению напряжений в окрестности горизонтальной выработки

Предположим, что начальное поле напряжений является гидростатическим, т.е. $\lambda=1$. В таком случае рассматриваемая задача является полярно-симметричной, в которой все геометрические параметры и силовые элементы зависят только от радиуса R и не зависят от полярного угла θ .

Условие равновесия имеет вид

$$\frac{d\sigma_r}{dr} - \frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{r} = 0, \quad (4.9)$$

где σ_θ и σ_r - тангенциальный и радиальный компоненты напряжений, $r = \frac{R}{R_0}$ - безразмерный радиус, играющий роль единственной переменной системы координат.

Уравнение (4.9) содержит две неизвестные величины - σ_θ и σ_r , т.е. задача определения напряжений является статически неопределимой. Введем в рассмотрение условие совместности деформаций, которое применительно к рассматриваемой частной задаче будет иметь вид:

$$\sigma_\theta + \sigma_r = 2\gamma H. \quad (4.10)$$

Определив из (4.10) σ_θ и подставив это выражение в (4.9), получим дифференциальное уравнение вида:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} - 2\frac{\gamma H - \sigma_r}{r} = 0,$$

которое после разделения переменных примет вид:

$$\frac{d(\gamma H - \sigma_r)}{\gamma H - \sigma_r} + \frac{dr}{r} = 0. \quad (4.11)$$

Решение уравнения (4.11) следующее:

$$\sigma_r = \gamma H - \frac{C}{r^2}, \quad (4.12)$$

где C – неизвестная постоянная интегрирования. Определим ее из граничных условий:

$$\sigma_r = \gamma H \text{ при } r \rightarrow \infty, \quad (4.13)$$

$$\sigma_r = p_0 \text{ при } r \rightarrow 1.$$

Первое граничное условие удовлетворяется автоматически, а из второго получим

$$C = \gamma H - p_0. \quad (4.14)$$

Подставив выражение (4.14) в (4.12) и используя (4.10), получим уравнения для соответствующих напряжений

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \gamma H - \frac{\gamma H - p_0}{r^2}, \\ \sigma_\theta &= \gamma H + \frac{\gamma H - p_0}{r^2}, \end{aligned} \quad (4.15)$$

или

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \gamma H \left(1 - \frac{1 - \frac{p_0}{\gamma H}}{r^2} \right), \\ \sigma_\theta &= \gamma H \left(1 + \frac{1 - \frac{p_0}{\gamma H}}{r^2} \right). \end{aligned} \quad (4.16)$$

В уравнениях (4.16) величина $\frac{p_0}{\gamma H}$ при достаточно большой глубине заложения выработки близка к нулю и ею можно пренебречь, тогда получим следующие выражения

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \gamma H \left(1 - \frac{1}{r^2}\right), \\ \sigma_\theta &= \gamma H \left(1 + \frac{1}{r^2}\right).\end{aligned}\tag{4.17}$$

Уравнения (4.15) и (4.17) в точности соответствуют решению Ламе для определения напряжений в толстостенной трубе, нагруженной внешним и внутренним давлением.

Графики распределения напряжений вокруг выработки показаны на рис. 4.4.

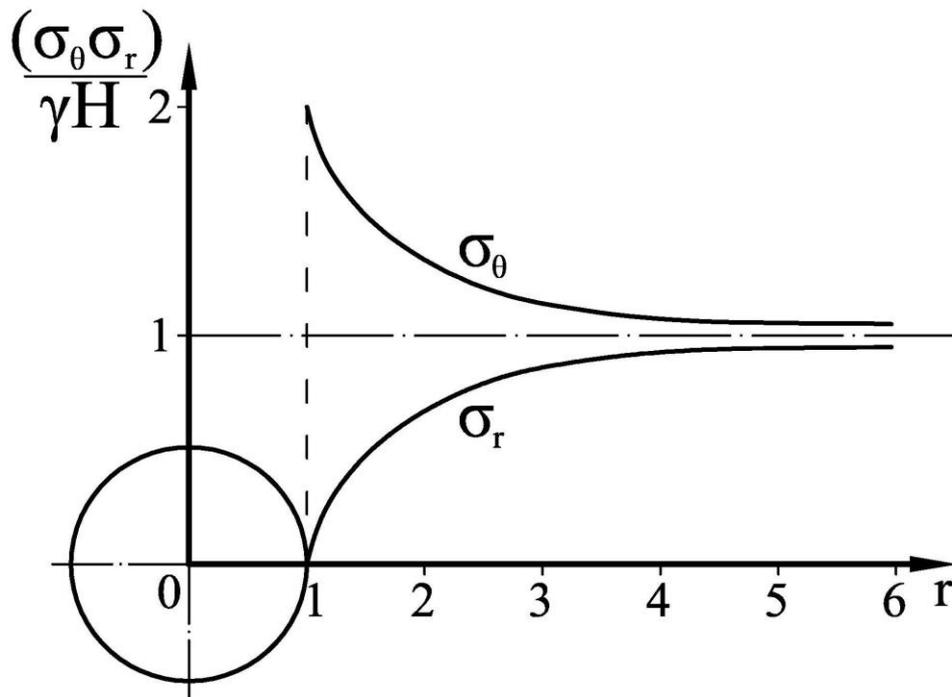


Рис. 4.4. Распределение напряжений вокруг выработки в упругом массиве

Из рисунка следует, что на контуре выработки при $p=0$ имеет место одноосное напряженное состояние:

$$\begin{aligned}\sigma_r &= 0, \\ \sigma_\theta &= 2\gamma H.\end{aligned}\tag{4.18}$$

Условие прочности для породного массива в этом случае получим из (4.18):

$$R_c > 2\gamma H, \quad (4.19)$$

из которого можно найти предельную глубину, при которой выработка будет сохранять устойчивое состояние

$$H_{np} = \frac{R_c k_c}{2\gamma}. \quad (4.20)$$

Здесь k_c - коэффициент структурного ослабления массива.

Анализ выражений (4.17) показывает, что возмущающее влияние выработки на породный массив носит локальный (местный) характер, и на расстоянии (5-6) R_0 от контура напряжения в массиве незначительно отличаются от начальных.

Рассмотренная выше задача определения компонентов напряжения в окрестности одиночной выработки круглого очертания была решена в предположении о гидростатическом начальном поле напряжений, т.е. при $\lambda=1$. Такой вариант начального поля напряжений характерен для равнинных месторождений. Для других же условий величина бокового распора отличается от единицы, т.е. $\lambda \neq 1$. Решение задачи определения напряженного состояния вокруг выработки в этом случае существенно усложняется. Подробное ее изложение можно найти в работах [55, 64]. Конечные формулы для определения компонентов напряженного состояния в полярной системе координат имеют вид:

$$\sigma_r = \gamma H \left[\lambda_3 \left(1 - \frac{R_0^2}{R^2} \right) - \lambda_1 \left(1 - \frac{4R_0^2}{R^2} + \frac{3R_0^4}{R^4} \right) \right] \cos 2\theta, \quad (4.21)$$

$$\sigma_\theta = \gamma H \left[\lambda_3 \left(1 + \frac{R_0^2}{R^2} \right) + \lambda_1 \left(1 + \frac{3R_0^4}{R^4} \right) \right] \cos 2\theta, \quad (4.22)$$

$$\tau_{r_\theta} = \gamma H \lambda_1 \left[1 + \frac{2R_0^2}{R^2} - \frac{3R_0^4}{R^4} \right] \sin 2\theta, \quad (4.23)$$

где $\lambda_1 = \frac{1-\lambda}{2}$; $\lambda_3 = \frac{1+\lambda}{2}$; θ - полярный угол.

При $\lambda = 1$ формулы (4.21) и (4.22) трансформируются в выражения (4.17), при этом $\tau_{r_\theta} = 0$. На контуре выработки при $R = R_0$, как и в случае предыдущей задачи, имеет место одноосное напряженное состояние

$$\sigma_r = 0,$$

$$\sigma_{\theta} = \gamma H (3 + \lambda) \cos \theta, \quad (4.24)$$

$$\tau_{r\theta} = 0,$$

которое зависит от величины полярного угла θ .

Распределение компонентов напряжения σ_r и σ_{θ} по характерным направлениям вокруг выработки (при $\theta = 0^\circ$ или 180° и $\theta = 90^\circ$ или 270°) приведено на рис. 4.5. В кровле и почве выработки имеют место растягивающие напряжения σ_{θ} .

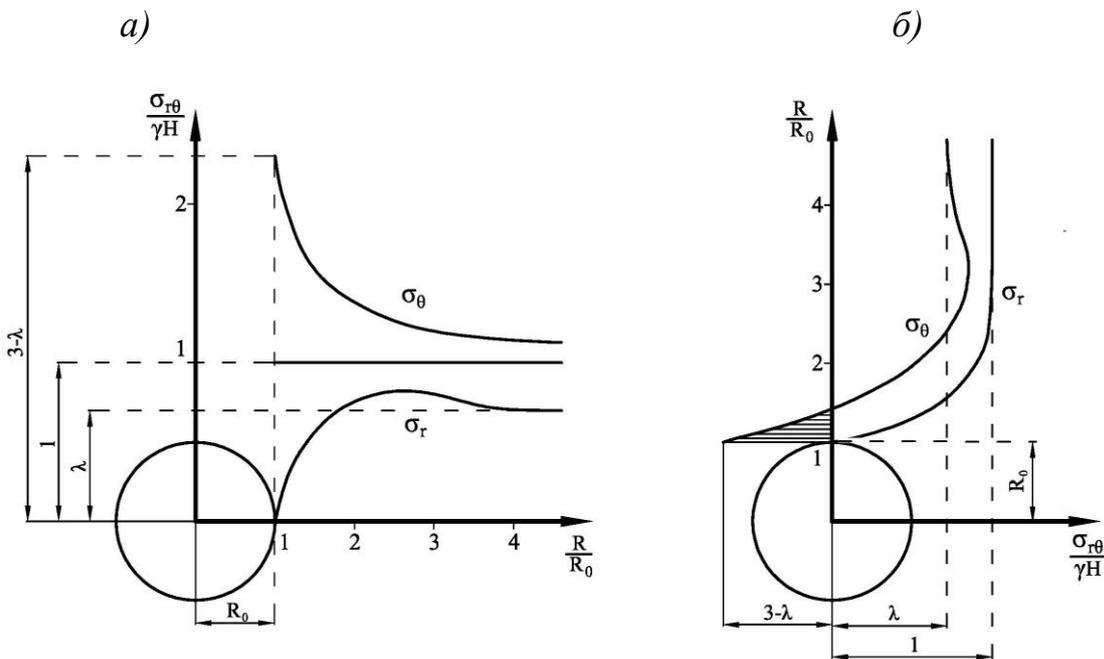


Рис. 4.5. Распределение напряжений вокруг круглой выработки:
а) при $\theta = 0^\circ$, б) при $\theta = 90^\circ$

Ряд выработок (стволы, тоннели) имеют очертание поперечного сечения в форме эллипса с осями – вертикальной a и горизонтальной b . Расчетная схема такой задачи приведена на рис. 4.6.

В соответствии с решением М.Т. Губера, формулы для определения компонентов напряжений вокруг выработки с эллиптическим поперечным сечением в прямоугольной системе координат имеют вид

- в боках

$$\sigma_x = 0,$$

$$\sigma_z = \sigma_{z \max} = \gamma H \left[\left(1 + 2 \frac{b}{a} \right) - \lambda \right], \quad (4.25)$$

- в кровле и почве:

$$\sigma_x = \sigma_{x\max} = \gamma H \left[\lambda \left(1 + 2 \frac{a}{b} \right) - 1 \right]. \quad (4.26)$$

$$\sigma_z = 0.$$

Из рис. 4.6 следует, что в кровле и почве на контуре эллиптической выработки, при определенных значениях λ и соотношения $\frac{b}{a}$ могут возникать растягивающие напряжения. Это обстоятельство существенно снижает устойчивость выработки.

Для определения компонентов напряжения в упругой среде вокруг выработок, которые имеют форму, сильно отличающиеся от круговой, например, прямоугольного очертания, пользуются методом Колосова-Мухелишвили [65]. В соответствии с этим методом выработку и окружающую ее область преобразовывают в плоскость с круговым вырезом при помощи так называемых конформных отображений с привлечением теории функций комплексного переменного. В соответствии с этим видоизменяются основные уравнения. А новые уравнения для определения компонентов напряжений решаются так, как если бы они были бы получены в результате задачи для плоскости с круговым вырезом. После этого круговую выработку снова преобразуют в выработку заданной формы, а найденное поле напряжений в распределение напряжений вокруг исследуемой выработки.

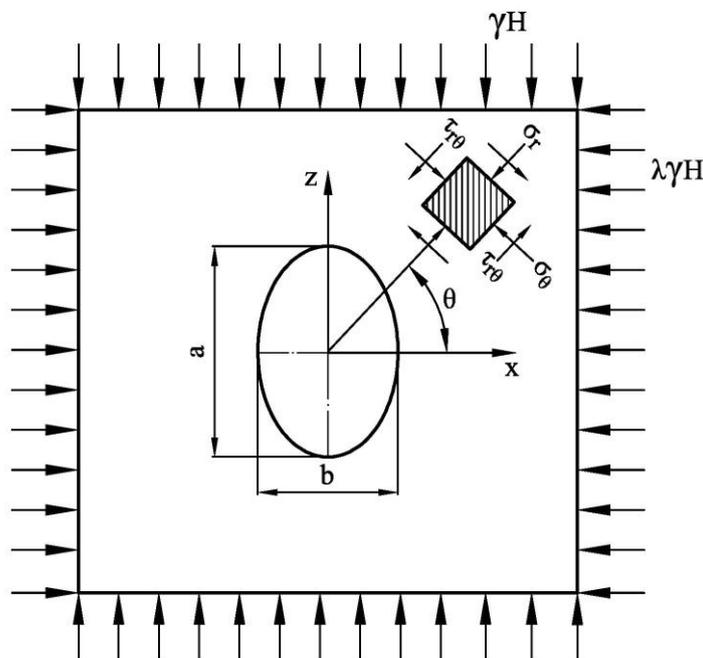


Рис. 4.6. Расчетная схема к решению задач о распределении напряжений вокруг выработки эллиптической формы

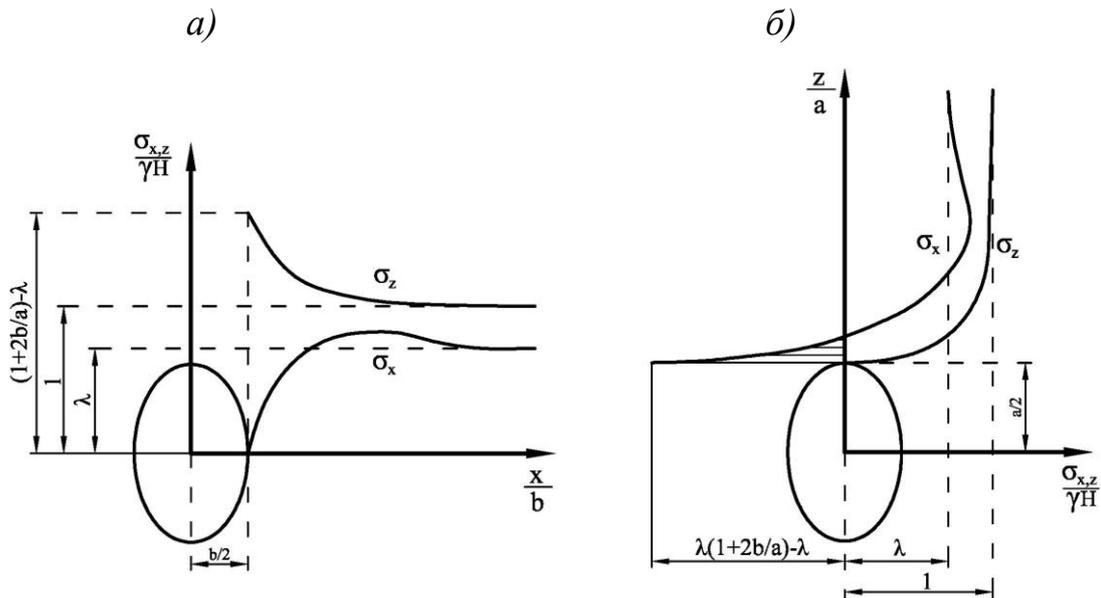


Рис. 4.7. Распределение напряжений вокруг выработки эллиптической формы: а) – в боках, б) – в кровле и почве

Задачу о распределении напряжений вокруг отверстия (выработки) прямоугольной формы рассмотрели С.Н. Савин и А.В. Моргаевский [66]. Расчетная схема к решению задачи приведена на рис. 4.8. В соответствии с этим решением экстремальные значения напряжений имеют место на контуре выработки и определяются по формулам:

- в боках:

$$\sigma_x = 0, \sigma_z = \sigma_{z \max} = \gamma H (1 + \alpha) - \lambda \gamma H; \quad (4.27)$$

- в почве и кровле:

$$\sigma_x = \sigma_{x \max} = \lambda \gamma H (1 + \beta) - \gamma H; \sigma_z = 0. \quad (4.28)$$

Здесь коэффициенты α и β определяются в зависимости от соотношения ширины выработки $2a$ к его высоте $2b$. Значение коэффициентов α и β приведено в табл. 4.1.

Значение коэффициентов α и β

Таблица 4.1

a/b	50,00	20,00	5,00	1,0	0,20	0,005	0,02
α	17,00	4,00	2,00	0,84	0,20	0,02	0,01
β	0,01	0,02	0,20	0,84	2,0	4,00	17,00

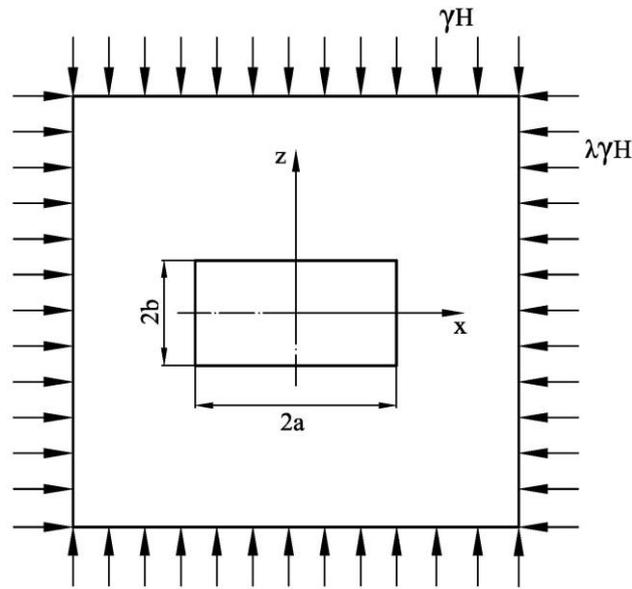


Рис. 4.8. Расчетная схема к решению задачи о распределении напряжений вокруг выработки прямоугольного очертания

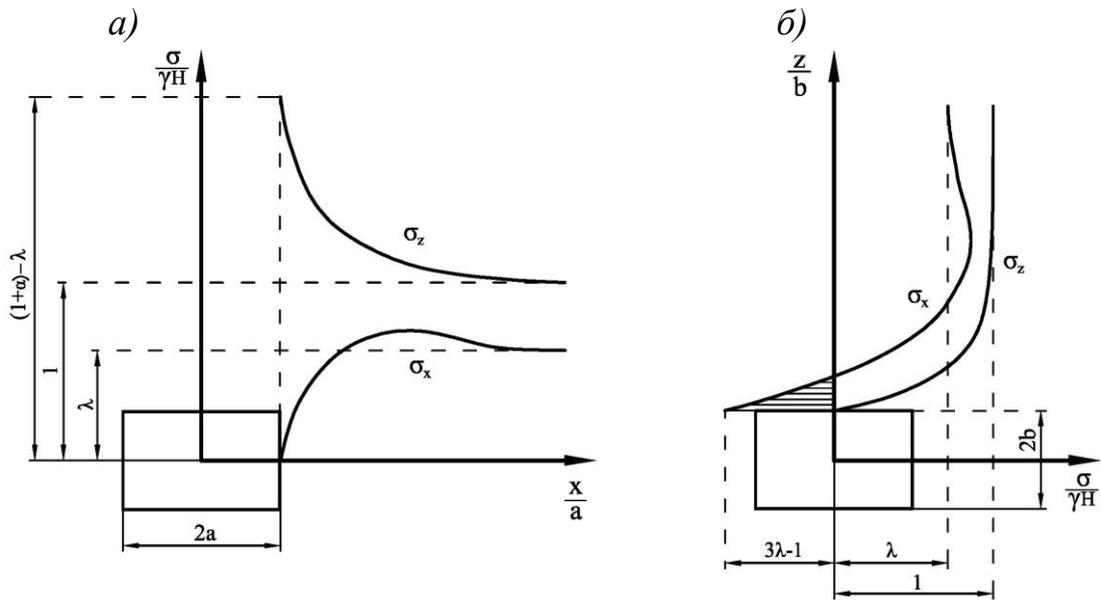


Рис. 4.9. Распределение напряжений вокруг выработки прямоугольной формы: а) в боках, б) в кровле и почве

Анализ графиков на рис. 4.9 а,б показывает, что при некоторых значениях λ и соотношении a/b в кровле и почве выработки могут, как и в предыдущих задачах, возникать растягивающие напряжения, которым горные породы сопротивляются плохо.

Анализируя напряженное состояние, возникающие вокруг выработок различного очертания, можно сделать некоторые обобщающие

выводы. Итак, в окружающих выработку породах возникает концентрация напряжений. Она довольно быстро убывает вглубь массива, и на расстоянии 5-7 полупролетов выработки напряжения практически не отличаются от тех, что действовали в массиве до проведения выработки (разница составляет не более 10%).

Сравнивая напряжения на контуре в боках рассмотренных выше типов выработок:

- кругового очертания

$$\sigma_{\theta} = \gamma H (3 - \lambda), \quad (4.29)$$

- эллиптического очертания

$$\sigma_z = \gamma H \left[\left(1 + 2 \frac{b}{a} \right) - \lambda \right]. \quad (4.30)$$

- прямоугольного очертания

$$\sigma_z = \gamma H [(1 + \alpha) - \lambda]. \quad (4.31)$$

Из формул (4.29) – (4.31) следует, что на величину действующего максимального напряжения в боках выработок основное влияние оказывает величина коэффициента Пуассона ($\lambda = \frac{\nu}{1 - \nu}$) и соотношение размеров поперечного сечения выработки ($\frac{b}{a}, \alpha$). В случае гидростатического распределения напряжений в нетронутом породном массиве $\lambda = 1$. Тогда выражения (4.29) – (4.31) примут следующий вид для выработок:

- кругового очертания

$$\sigma_{\theta} = 2\gamma H,$$

- эллиптического очертания

$$\sigma_z = 2\gamma H \frac{b}{a},$$

- прямоугольного очертания

$$\sigma_z = \alpha \gamma H.$$

Из этих выражений следует, что в гидростатически сжатом породном массиве величина концентрации напряжений зависит от соотношения наименьшего и наибольшего размеров выработки вдоль вертикальной и горизонтальной осей соответственно.

Анализ напряжений в окрестности выработок показывает, что независимо от формы их поперечного сечения в кровле и почве могут возникать растягивающие напряжения, которым горные породы сопротивляются плохо. В этих условиях устойчивость выработок существенно снижается. Для рассмотренных выше типов выработок значения растягивающих напряжений равны:

- для кругового очертания:

$$\sigma_{\theta} = \gamma H (3\lambda - 1); \quad (4.32)$$

- для эллиптического очертания:

$$\sigma_x = \gamma H \left[\lambda \left(1 + 2 \frac{a}{b} \right) - 1 \right]; \quad (4.33)$$

- для прямоугольного очертания:

$$\sigma_x = \gamma H [\lambda (1 + \beta) - 1]. \quad (4.34)$$

Величина растягивающих напряжений зависит не только от свойств горных пород (коэффициента Пуассона) но и от соотношения размеров поперечного сечения выработки.

В качестве примера проанализируем величину концентрации напряжений на контуре выработки кругового очертания (12.28). В кровле и почве выработки возможно появление растягивающих напряжений при условии, что:

$$\sigma_{\theta} = -\gamma H (1 - 3\lambda) < 0.$$

Это условие выполняется, если $m = \frac{1}{\nu} > 4$. Для значений $m < 4$ на контуре выработки образуются сжимающие напряжения, которые будут равны сжимающим напряжениям в боках выработки, в том случае, если $m = \frac{1}{\nu} = 2$.

При таких условиях устойчивость выработки будет максимальной, поскольку горные породы значительно лучше сопротивляются сжимающим напряжением, чем растягивающим.

Влияние величины коэффициента Пуассона на величину напряжений на контуре выработки кругового очертания показано на рис. 4.10.

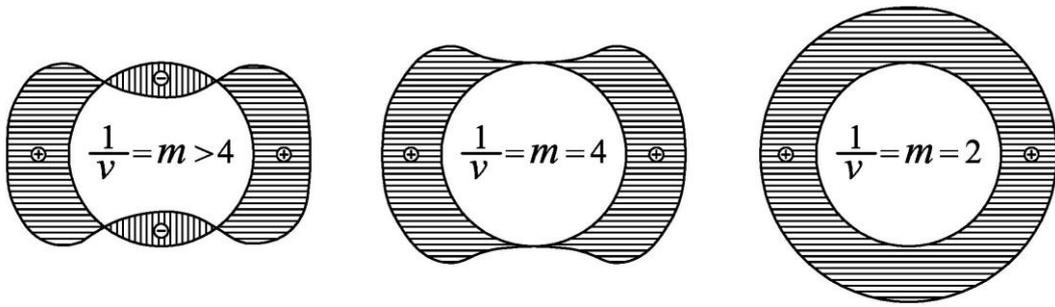


Рис. 4.10. Влияние величины коэффициента Пуассона на концентрацию напряжений на контуре выработки кругового очертания

Из рассмотренного выше примера следует, что для выработки эллиптического и прямоугольного очертания должны иметь место такие соотношения вертикального и горизонтального размеров, при которых их контур будет испытывать только сжимающие напряжения. Так, для выработок эллиптического очертания приравняем выражения (12.26) и (12.29).

$$\gamma H \left[\left(1 + 2 \frac{b}{a} \right) - \lambda \right] = \gamma H \left[\lambda \left(1 + 2 \frac{a}{b} \right) - 1 \right],$$

откуда получим

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{\lambda} = m - 1.$$

При таких размерах a и b на контуре эллиптического поперечного сечения выработки будут действовать только сжимающие напряжения, величина которых равна

$$\sigma_z = \sigma_x = \gamma H (1 + \lambda).$$

Исходя из этого, предельная глубина расположения выработки с оптимальной формой поперечного сечения в виде эллипса, на которой вмещающие породы будут находиться в упругом состоянии, определится зависимостью

$$H_{np} = \frac{R_c k_c}{\gamma (1 + \lambda)}. \quad (4.35)$$

Как видно, в отличие от выработки с круглой формой поперечного сечения, предельная глубина зависит не только от прочности вмещающих пород, но и от величины коэффициента бокового распора. При $\lambda = 1$ ($\nu = 0,5$) зависимости (4.35) и (4.20) совпадают.

Исходя из приведенных выше рассуждений, можно сделать некоторые выводы о рациональной форме подземных выработок. Во-первых, форма выработки не должна иметь острые углы, служащие концентраторами напряжений. Во-вторых, соотношение размеров выработки должно быть таким, чтобы в конкретном породном массиве на контуре выработки возникали бы только сжимающие напряжения. С этой точки зрения оптимальной формой выработки являются эллиптическая. Но, учитывая то, что с глубиной величина коэффициента бокового распора λ стремится к единице ($m = \frac{1}{\nu} = 2$), предпочтительной формой выработки является круговая. На контуре такой выработки возникают равномерные сжимающие напряжения, величина которых равна $\sigma_\theta = 2\gamma H$.

4.4. Распределение напряжений вокруг горизонтальной выработки (упругопластическая задача)

Рассмотрим длинную горизонтальную выработку кругового очертания, пройденную на глубине H от земной поверхности в однородном изотропном породном массиве с плотностью γ . Уровень напряжений, действующих вокруг выработки таков, что окружающие ее породы разрушены (пластически деформированы), т.е. $H > H_{np}$. Вследствие этого выработка имеет замкнутую зону неупругих деформаций с радиусом R_L . Контур L разделяет область неупругих и упругих деформаций (рис. 4.11).

К поверхности выработки приложена равномерно распределенная нагрузка p_0 , равная отпору крепи. Начальное поле напряжений в породном массиве полагаем гидростатическим, т.е. $\lambda=1$. Действующая нагрузка γH приложена к внешней границе рассматриваемой области на расстоянии, примерно, $10R_0$. Рассматривается полярно-симметричная задача с плоской деформацией. Необходимо определить в полярной системе координат компоненты напряжений σ'_r и σ'_θ в пластической области и σ''_r и σ''_θ в упругой области породного массива, а также радиус области неупругих деформаций R_L .

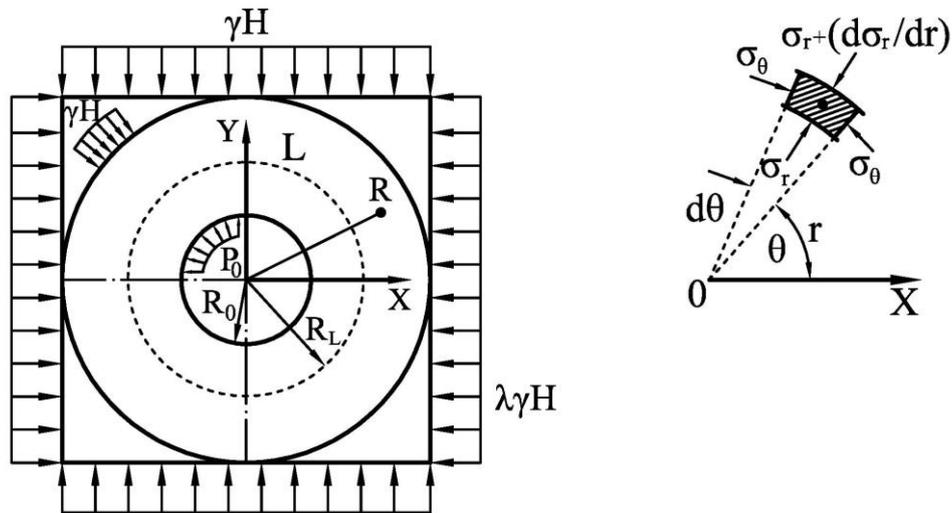


Рис. 4.11. Расчетная схема к решению задачи об упругопластическом распределении напряжений вокруг горизонтальной выработки

Уравнение равновесия для пластической области имеет вид:

$$\frac{d\sigma'_r}{dr} - \frac{\sigma'_\theta - \sigma'_r}{r} = 0, \quad (4.36)$$

где $r = \frac{R}{R_0}$ - безразмерная переменная в полярной системе координат.

Условие прочности принимаем в следующей форме

$$\frac{(\sigma'_\theta - \sigma'_r)^2}{\sigma'_r + \sigma'_r} = R_c k_c. \quad (4.37)$$

Учитывая, что сплошность породной среды сохраняется и для пластической области, условие неразрывности деформаций для рассматриваемой задачи имеют вид

$$\sigma'_\theta + \sigma'_r = 2\gamma H. \quad (4.37)$$

С учетом (4.27) условие прочности (4.22) примет вид

$$\sigma'_\theta - \sigma'_r = \sqrt{2\gamma H R_c k_c} = 2k. \quad (4.38)$$

Из (4.38) получим

$$\sigma'_\theta = 2k + \sigma'_r. \quad (4.39)$$

Подставив (4.39) в (4.36), получим уравнение равновесия, содержащее одну переменную

$$\frac{d\sigma'_r}{dr} - \frac{2k}{r} = 0. \quad (4.40)$$

Решение уравнения (4.40) следующее:

$$\sigma'_r = 2k \ln(r + C_1), \quad (4.41)$$

где C_1 – неизвестная постоянная интегрирования. Величину C_1 определим из (4.41) с учетом условия нагружения на контуре выработки:

$$\sigma'_r = p_0 \text{ при } r = 1. \quad (4.42)$$

Окончательно из (4.41) имеем

$$C_1 = p_0. \quad (4.43)$$

С учетом (4.43) выражения (4.41) и (4.39) примут вид:

$$\sigma'_r = 2k \ln r + p_0; \quad (4.44)$$

$$\sigma'_\theta = 2k(1 + \ln r) + p_0. \quad (4.45)$$

В упругой области уравнения равновесия и совместности деформаций имеют вид

$$\frac{d\sigma''_r}{dr} - \frac{\sigma''_\theta - \sigma''_r}{r} = 0, \quad (4.46)$$

$$\sigma''_\theta + \sigma''_r = 2\gamma H. \quad (4.47)$$

Выражая величину σ''_θ из (4.47) и подставив ее затем в (4.46), получим уравнение равновесия

$$\frac{d(\gamma H - \sigma''_r)}{\gamma H - \sigma''_r} + 2 \frac{dr}{r} = 0, \quad (4.48)$$

которое имеет следующее решение:

$$\sigma''_r = \gamma H - \frac{C_2}{r^2}. \quad (4.49)$$

Граничные условия имеют вид:

$$\sigma''_r = \gamma H \text{ при } r \rightarrow \infty, \quad (4.50)$$

$$\sigma''_r = \sigma'_r \text{ при } r = r_L,$$

где $r_L = \frac{R_L}{R_0}$.

Первое условие (4.50) удовлетворяется автоматически, а из второго получим

$$\gamma H - \frac{C_2}{r_L^2} = p_0 + 2k \ln r_l \quad (4.51)$$

откуда следует, что

$$C_2 = r_L^2(2k \ln r_L + p_0 - \gamma H) \quad (4.52)$$

С учетом (4.52), (4.49) и (4.47) получим

$$\sigma_r'' = \gamma H - (\gamma H - 2k \ln r_L - p_0) \frac{r_L^2}{r^2}, \quad (4.53)$$

$$\sigma_\theta'' = \gamma H + (\gamma H - 2k \ln r_L - p_0) \frac{r_L^2}{r^2}. \quad (4.54)$$

Заметим, что величина $p_0 \ll 2k$ и ею можно пренебречь без особого ущерба для точности вычислений. Тогда выражения (4.54) и (4.41) примут вид

$$\sigma_r'' = (2k \ln r_L - \gamma H) \frac{r_L^2}{r^2} + \gamma H, \quad (4.55)$$

$$\sigma_\theta'' = (\gamma H - 2k \ln r_L) \frac{r_L^2}{r^2} + \gamma H. \quad (4.56)$$

Радиус зоны неупругих деформаций определим из условия равенства тангенциальных напряжений на контуре L :

$$\sigma_\theta'' = \sigma_r' \text{ при } r = r_L. \quad (4.57)$$

Используя (4.45), (4.54) и (4.57) при условии, что $p_0=0$, получим

$$r_L = \exp\left(\sqrt{\frac{\gamma H}{2R_c k_c}} - 0,5\right). \quad (4.58)$$

Таким образом, поставленная задача решена.

На рис. 4.12, показан вид эпюр напряжений, действующих вокруг выработки в случае образования зоны неупругих деформаций.

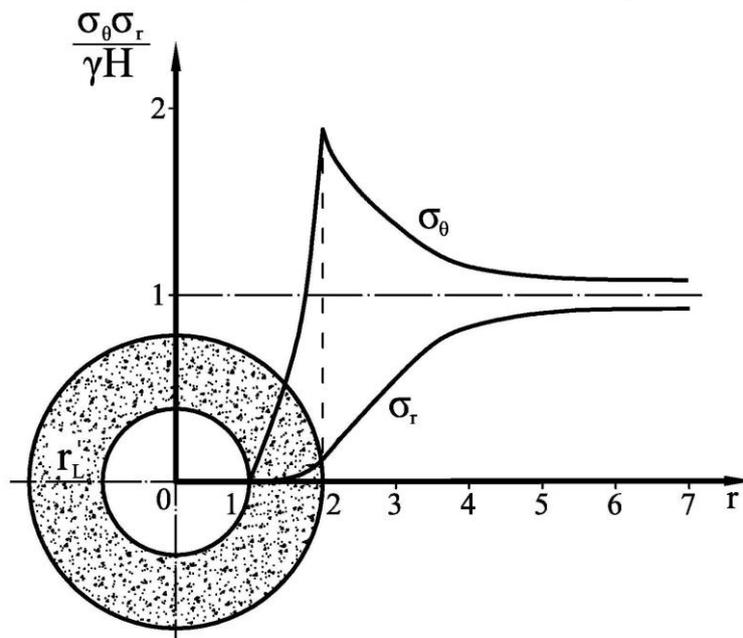


Рис. 4.12. Распределение напряжений вокруг выработки при образовании зоны неупругих деформаций

Анализ графиков показывает, что образование области пластических деформаций приводит к снижению уровня напряжений у контура выработки по сравнению с решением упругой задачи. Максимум напряжений перемещается вглубь массива к границе раздела упругой и неупругой областей.

Отпор крепи оказывает несущественное влияние на абсолютную величину напряжений. В этой связи можно сделать вывод о том, что прямое увеличение несущей способности крепи не приведет к существенному улучшению геомеханической ситуации в выработке.

На рис. 4.13. показана зависимость безразмерного радиуса зоны неупругих деформаций r_L от величины геомеханического показателя условий заложения выработки $U = \frac{R_c k_c}{\gamma H}$ ($0 < U \leq 1$) [104].

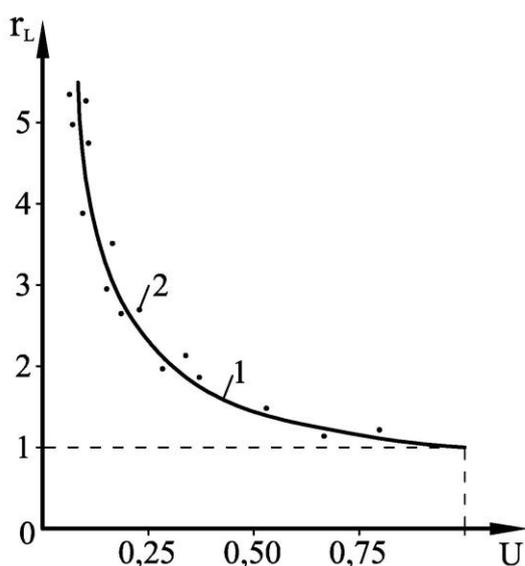


Рис. 4.13. Размеры зоны неупругих деформаций в зависимости от геомеханического показателя условий заложения выработки:
1 – теоретическая кривая;
2 – данные натурных измерений

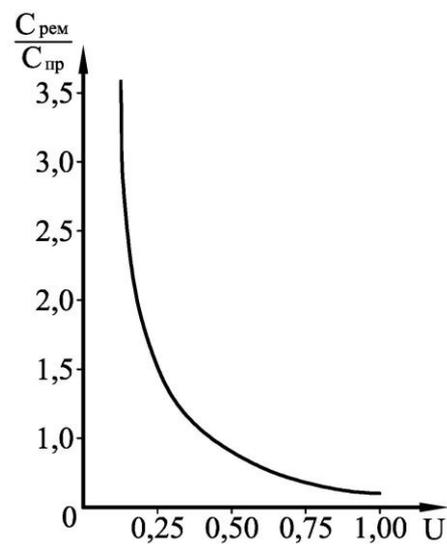


Рис. 4.14. Зависимость стоимости поддержания 1 п. м. выработок $\frac{C_{рем}}{C_{пр}}$ от комплексного показателя устойчивости U

Там же приведены результаты измерений величины r_L в натуральных условиях, выполненные Ю.З. Заславским, В.Т. Глушко и Н.Н. Костомаровым. Очевидным является достаточно близкое совпадение аналитических и натурных измерений, что говорит о правильных исходных предпосылках к решению задачи.

А.Н. Роечко были собраны и обобщены данные об объемах ремонтных работ в протяженных выработках в зависимости от величин

ны геомеханического показателя U [105]. Результаты обобщений приведены на рис 4.13.

Сравнивая рис 4.13 и рис. 4.14, можно заметить, что состояние выработок и зависящие от этого объемы ремонтных работ практически прямо пропорциональны размеру области неупругих деформаций.

В этой связи изучение путей воздействия на породный массив с целью уменьшения зоны неупругих деформаций является важной научной и технической задачей.

Биографическая справка

1. Динник, Александр Николаевич (1876-1950) – известный советский ученый в области механики, основатель украинской научной школы теории упругости, академик АН СССР и УССР. Основные труды посвящены исследованию устойчивости элементов сооружений, применению теории упругости при изучении горного давления, вопросам прочности шахтных канатов и др.



Контрольные вопросы и задания

1. Что такое начальное поле напряжений?
2. От каких основных факторов зависят параметры «начального поля напряжений»?
3. Что такое «коэффициент бокового распора»?
4. Какое напряженное состояние называется «гидростатическим»?
5. Чему равен коэффициент бокового распора для упругой среды?
6. Чему равен коэффициент бокового распора для сыпучей среды?
7. Охарактеризуйте особенности упругого распределения напряжений вокруг круглой выработки.
8. Чем отличается распределение напряжений вокруг круглой выработки в случае решения упругой и упругопластической задач?

9. Что такое «зона неупругих деформаций»?
10. Как зависят затраты на поддержание выработок от размеров зоны неупругих деформаций?
11. Как влияет величина коэффициента бокового распора на устойчивость выработок?